



**PATRICK DEHORNOY (1952–2019)**

CHRISTIAN KASSEL

Patrick Dehornoy, dont j'ai fait la connaissance en septembre 1971 à notre entrée à l'ENS, s'est passionné très tôt pour la théorie des ensembles. À 26 ans, sous la direction de Kenneth McAloon (Paris 7), il a soutenu une thèse d'État<sup>1</sup> intitulée *Ultrapuissances itérées et changement de cofinalité*<sup>2</sup>. Comme il était d'usage à l'époque, Patrick avait également préparé une « deuxième thèse » ; elle portait sur des algèbres commutatives d'opérateurs différentiels linéaires engendrées par deux opérateurs  $L$  et  $M$  liés par une relation de la forme  $M^2 = p(L)$ , où  $p$  est un polynôme de degré 3. Sur ce sujet que lui avait proposé Jean-Louis Verdier, Patrick a obtenu des résultats (publiés dans [1]) qui ont nécessité de longs calculs algébriques sur ordinateur. Je me rappelle le moment de la soutenance où il a présenté ses calculs imprimés, déroulant de manière théâtrale des mètres de papier listing d'un bout à l'autre de la salle ! En 1983, après quelques années comme chercheur au CNRS, Patrick a été nommé professeur à l'Université de Caen ; il y a passé le reste de sa carrière et joué un rôle décisif dans la structuration des mathématiques.

Dans les années 1980, les théoriciens des ensembles étudiant les grands cardinaux étaient tombés sur des structures algébriques très particulières, les « systèmes autodistributifs ». Ce qui faisait défaut était une description fine et complète des ensembles autodistributifs *libres*. Patrick a donné une telle description vers 1990 et en a dérivé un résultat stupéfiant sur les groupes de tresses, jetant ainsi un pont inattendu entre la théorie des ensembles et la topologie.

Les groupes de tresses, alors au cœur de la théorie émergente des groupes quantiques, sont des groupes sans torsion pour lesquels il était naturel de se demander s'ils étaient ordonnables. On savait qu'ils ne possèdent pas d'ordre total invariant par multiplication à la fois à gauche et à droite, alors

---

1. Doctorat d'État, remplacé par l'HDR dans les années 1980.

2. Les travaux de Patrick en théorie des ensembles sont bien expliqués dans le texte attendant de Serge Grigorieff.

que d'autres groupes sans torsion comme les groupes libres sont eux bi-ordonnables. Dans ce domaine le résultat le plus spectaculaire de Patrick est la construction d'un ordre total sur les groupes de tresses, invariant par multiplication d'un seul côté (disons à gauche); de plus, cet ordre, qui porte désormais son nom, est un bon ordre<sup>3</sup> lorsqu'on le restreint au sous-monoïde des tresses positives.

La construction de Patrick est extrêmement complexe et ingénieuse; je le sais pour avoir inclus un chapitre sur l'ordre de Dehornoy dans une monographie consacrée aux groupes de tresses. Ce qui m'a posé le plus de difficultés est la rédaction en détail de la démonstration du fait que deux tresses quelconques sont comparables pour l'ordre; la preuve de Patrick utilise la « réduction des poignées », un algorithme dont il était très fier et dont il s'agit d'établir la convergence, ce qui n'est pas facile. J'ai passé des heures à le tarabuster pour me faire expliquer toutes les subtilités de la chose; pour lui tout cela était évident, mais pas pour moi.

Dans les années 1990, Patrick a pris son bâton de pèlerin pour intéresser les théoriciens des groupes, les topologues, les informaticiens... à ses travaux, en organisant par exemple une série d'ateliers et de conférences interdisciplinaires, prélude au GDR Tresses qui depuis 2000 réunit celles et ceux qui de près ou de loin s'intéressent aux groupes de tresses et à leurs avatars. En 2002 Patrick a été nommé membre senior de l'IUF et en 2005 l'Académie des Sciences lui a décerné le Prix Langevin « pour avoir établi un lien fondamental entre la théorie des ensembles et les groupes de tresses ».

En dehors des mathématiques Patrick avait des intérêts multiples et beaucoup de cordes à son arc : excellent pianiste, polyglotte, sportif, il s'était également improvisé architecte, maçon<sup>4</sup>, charpentier ou encore plombier pour agrandir sa belle maison d'Arnières-sur-Iton. Ma famille et moi y avons souvent profité de la généreuse hospitalité de Patrick et Arlette.

Étudiants, Patrick et moi avons entrepris plusieurs voyages ensemble, le plus mémorable étant celui qui nous a menés par voie de terre jusqu'en Inde. Il m'a aussi fait découvrir les plaisirs de la voile; avec lui comme *skipper*, on se sentait toujours en totale sécurité. En près d'un demi-siècle nous avons passé ensemble des moments inoubliables; Patrick a été pour moi un ami bien plus qu'un collègue.

#### RÉFÉRENCES

- [1] P. Dehornoy, *Opérateurs différentiels et courbes elliptiques*, Compositio Math. 43 (1981), 71–99.

INSTITUT DE RECHERCHE MATHÉMATIQUE AVANCÉE, UNIVERSITÉ DE STRASBOURG & CNRS, 7 RUE RENÉ DESCARTES, 67084 STRASBOURG CEDEX

---

3. Rappelons qu'un ordre total sur une ensemble  $E$  est un *bon ordre* si toute partie de  $E$  a un élément minimal.

4. Il avait utilisé la composition du béton donnée dans l'Encyclopedia Universalis!